

Tópico de Aprendizagem – **Organização e tratamento de dados**

Tarefa nº3 –**Quartis**

A **mediana (M_e)** ou **2.º quartil (Q_2)** de um conjunto de dados ordenados, do menor para o maior, é:

- o dado que ocupa a posição central (quando o número de dados é ímpar);
- a média dos dois dados centrais (quando o número de dados é par).

O 1.º quartil e o 3.º quartil determinam-se por um processo idêntico.

O **1.º quartil, Q_1** , é a mediana dos dados que ficam à esquerda da mediana.

O **3.º quartil, Q_3** , é a mediana dos dados que ficam à direita da mediana.

Exemplo

O João estuda no 11.º ano e obteve as seguintes classificações nas nove disciplinas que frequenta:

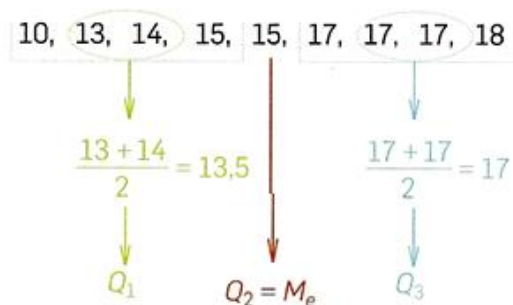
10, 15, 13, 18, 17, 17, 15, 14, 17

O Miguel, que tem dez disciplinas, obteve as seguintes classificações:

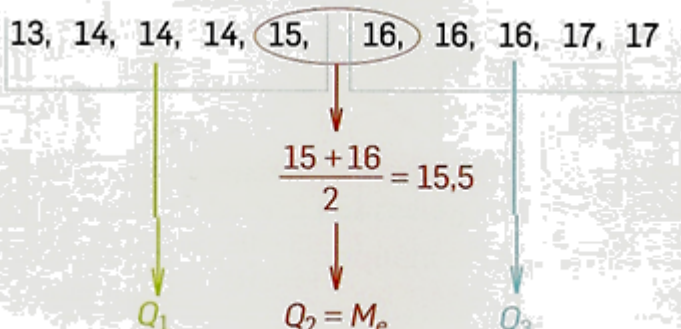
17, 17, 16, 16, 13, 14, 16, 14, 15, 14

Antes de determinar os quartis devemos escrever as classificações dos dois amigos por ordem crescente.

O número de disciplinas do João é **ímpar** ($n = 9$):



O número de disciplinas do Miguel é **par** ($n = 10$):



Assim:

- a mediana dos dados que ficam à esquerda da *Me*, designa-se por 1º quartil, *Q1*;
- a *Me* coincide com o 2º quartil, *Q2*;
- a mediana dos dados que ficam à direita da *Me*, designa-se por 3º quartil, *Q3*.

O que significa que:

- 25% dos dados têm um valor igual ou inferior ao 1º quartil (75% dos dados têm um valor igual ou superior a este).
- 75% dos dados têm um valor igual ou inferior ao 3º quartil (25% dos dados têm um valor igual ou superior a este).

EXERCÍCIOS

1 Determina a mediana e os quartis dos seguintes conjuntos de dados.

a. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

d. 20, 21, 25, 24, 23, 22

b. 145, 150, 155, 160, 170, 180, 195, 198

e. 30, 32, 35, 38, 31, 37

c. 10, 15, 12, 13, 14, 15, 19, 10, 13

2 Indica a mediana e os quartis em cada um dos casos seguintes.

a.

N.º de negativas	0	1	2	3	4
N.º de alunos	10	4	5	1	2

b.

Idades	11	12	13	14	15	16
F_i	1	5	3	2	1	1

c.

Golos	10	14	17	18
F_i	4	2	1	1

Resolução

a. 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (1 1) 1 1 2 2 2 2 2 2 3 4 4

↓ ↓ ↓

$Q_1 = 0$ $Q_2 = \frac{1+1}{2} = 1$ $Q_3 = 2$

3 Considera a tabela ao lado, onde se registaram os resultados a Matemática dos alunos de uma turma de 7.º ano.

- a. Calcula a média das notas destes alunos, aproximada às décimas.
- b. Indica a moda.
- c. Determina a mediana e os quartis.

Classificação	Frequência absoluta
1	1
2	2
3	5
4	6
5	8

Os **diagramas de extremos e quartis** são representações simples que evidenciam a forma como os dados se distribuem e tornam-se muito úteis na comparação de amostras.

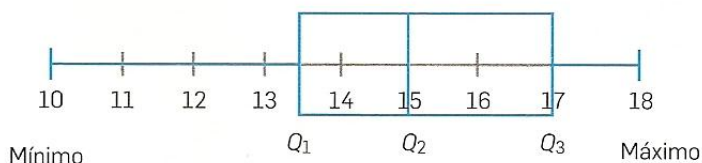
Construção de um diagrama de extremos e quartis

1. Traça-se um eixo graduado com os valores da variável em estudo.
2. Desenham-se dois traços verticais nos extremos da distribuição (mínimo e máximo).
3. Marcam-se os traços verticais correspondentes a Q_1 , $Q_2 = M_e$ e Q_3 .
4. Unem-se as extremidades dos traços verticais por segmentos de recta, de forma a construir uma caixa.

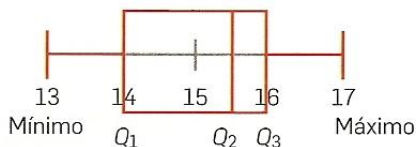
Exemplo

Voltando ao exemplo da pág. 18 das classificações do João e do Miguel (ver «Recorda» ao lado), construímos os seguintes diagramas:

João



Miguel



Amplitude interquartil é a diferença entre o 3.º quartil e o 1.º quartil.

Amplitude é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo do conjunto de dados observados.

Nota que os quartis dividem as classificações obtidas pelo João e pelo Miguel em quatro intervalos. Cada um dos intervalos contém 25% das observações.

João: Amplitude = $18 - 10 = 8$; amplitude interquartil = $17 - 13,5 = 3,5$

Miguel: Amplitude = $17 - 13 = 4$; amplitude interquartil = $16 - 14 = 2$

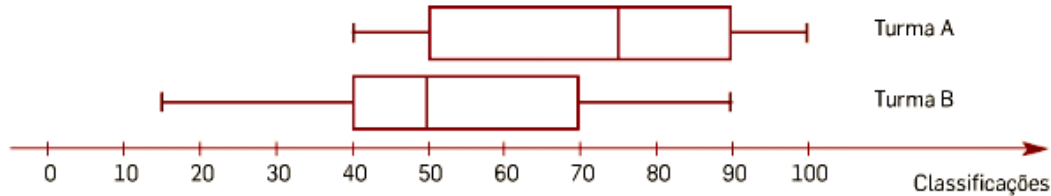
As classificações do Miguel apresentam uma maior concentração de dados, isto é, a diferença entre as suas classificações foi menor do que as do João. Por observação dos diagramas de extremos e quartis, rapidamente se conclui que o João obteve classificações superiores, mas também inferiores às do Miguel.

RRC

No teu entender, qual deles é o melhor aluno? Justifica a tua resposta, com base na análise dos diagramas de extremos e quartis e nas suas amplitudes.

Exercícios

1. Para representar as classificações obtidas por duas das suas turmas num determinado teste, o professor de Matemática do Alberto construiu os seguintes diagramas:

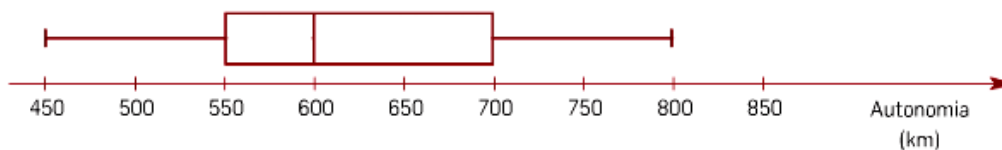


- 1.1. Em que turma se verificou a classificação mais elevada? E a mais baixa?
1.2. Em que turma se verifica uma maior amplitude das classificações?
1.3. Indica a percentagem de alunos da turma A que obteve uma classificação positiva no teste. Explica o teu raciocínio.

Resolução:

- 1.1. A classificação mais elevada verificou-se na turma A, 100%, e a mais baixa na turma B, 15%.
1.2. A turma A tem uma amplitude de 60 ($100 - 40 = 60$) e a turma B tem uma amplitude de 75 ($90 - 15 = 75$). Logo, na turma B verifica-se uma maior amplitude.
1.3. Para um aluno ter classificação positiva num teste tem de obter, pelo menos, 50%. Na turma A, 50% é o 1.º quartil da distribuição. Como até ao 1.º quartil se encontram 25% dos dados da distribuição, podemos afirmar que, na turma A, houve 25% de negativas. Assim, 75% dos alunos da turma A teve classificação positiva no teste.

2. Um estudo acerca da autonomia, em quilómetros, de 30 automóveis, produziu os seguintes resultados:

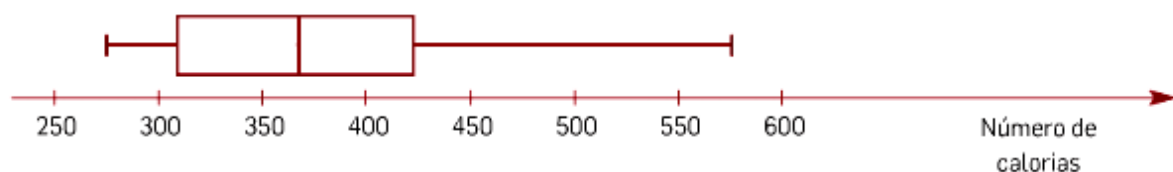


- 2.1. Qual é a autonomia máxima e a autonomia mínima verificada neste estudo?
2.2. Indica o 1.º quartil, a mediana e o 3.º quartil da distribuição.
2.3. Calcula a amplitude interquartil da distribuição.
3. De seguida apresentam-se os preços do mesmo modelo de telemóvel em 18 lojas diferentes.

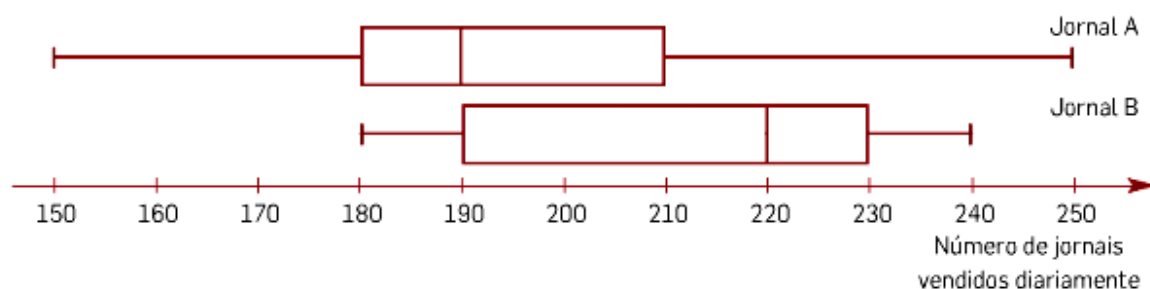
74	81	86	65	77	86	99	81	91
78	85	50	74	89	94	84	87	63

Constrói um diagrama de extremos e quartis relativo a esta situação.

4. Num determinado estudo, analisou-se o número de calorias de diversos bolos. O seguinte diagrama de extremos e quartis apresenta os resultados desse estudo.



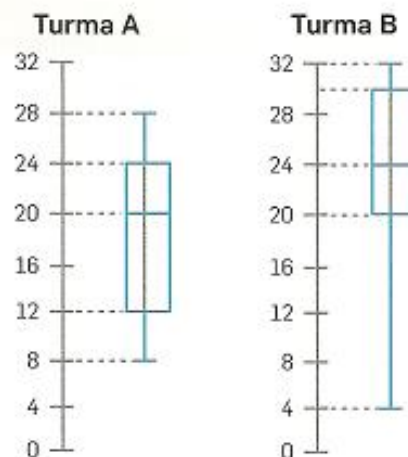
- 4.1. Indica, aproximadamente, o número máximo e o número mínimo de calorias observadas neste estudo.
- 4.2. Calcula, aproximadamente, a amplitude interquartis da distribuição apresentada.
- 4.3. Comenta a afirmação: "Metade dos bolos analisados apresentam, aproximadamente, 365 calorias, ou mais".
5. Dois jornais diários de uma cidade ribatejana recolheram dados acerca do número de exemplares vendidos diariamente. Os dados recolhidos durante dezasseis dias encontram-se a seguir representados.



- 5.1. Qual foi o menor número de exemplares que o jornal A vendeu num dia?
- 5.2. Qual foi o maior número de exemplares que o jornal B vendeu num dia?
- 5.3. Durante quantos dias as vendas diárias do jornal A foram superiores a 179 jornais e inferiores a 211 jornais?
- 5.4. Um dos directores de um dos jornais comentou com o seu chefe de redacção: "Em três quartos dos dias sujeitos a análise, as vendas foram superiores a 189 jornais por dia...". De que jornal será o director que fez tal afirmação? Explica o teu raciocínio.
- 5.5. Qual te parece ter sido o jornal que teve um maior volume de vendas? Explica o teu raciocínio.
6. Numa loja existem *t-shirts* com os seguintes preços, em euros:
- 15 18 21 22 19 17 14 20 15 30
- a. Qual é a amplitude da amostra? c. Constrói um diagrama de extremos e quartis.
- b. Determina a mediana e os quartis. d. Determina a amplitude interquartis.

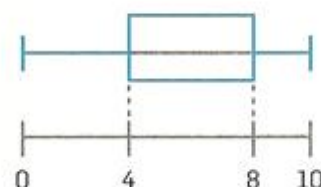
7. Os diagramas de extremos e quartis ao lado representam o tempo, em minutos, que os alunos de duas turmas diferentes demoram no trajecto de casa à escola.

- De que turma fazem parte os alunos que mais tempo demoram a chegar à escola?
- Indica o valor dos quartis e da mediana de cada uma das distribuições.



- Podemos afirmar que em ambas as turmas 25% dos alunos demoram entre 20 a 24 minutos a chegar à escola? Justifica a tua resposta.
- Determina a amplitude de cada uma das distribuições.
- Determina a amplitude interquartis de cada uma das distribuições.

8. O diagrama ao lado representa uma distribuição cuja mediana é igual a 4. Indica o valor dos quartis, do mínimo e do máximo.



9. Observa o diagrama seguinte referente a uma distribuição estatística.




De entre as afirmações que se seguem, classifica-as em verdadeiras ou falsas, justificando.

- Entre o valor mínimo da distribuição e o 3.º quartil encontram-se 50% das observações.
- A amplitude interquartis é menor do que a amplitude.
- A diferença entre a mediana e o 1.º quartil é superior à diferença entre o 3.º quartil e a mediana.
- Entre o 3.º quartil e o valor máximo da distribuição encontram-se 25% das observações.

10. Durante uma aula de Matemática, o Manuel e a Beatriz estavam a tentar encontrar a mediana do seguinte conjunto de dados:

43 52 24 76 29 67 100



43, 52, 24, 76, 29, 67, 100.
Logo a mediana é 76!

24, 29, 43, 52, 67, 76, 100.
Logo a mediana é 52!

Qual dos dois amigos tem razão? Justifica.

11. Perguntou-se a um grupo de dezanove rapazes de 12 anos o valor da sua mesada (em euros). As respostas foram as seguintes:

0	20	90	20	40
25	10	30	0	50
10	20	25	45	12
60	15	0	60	

- 11.1. Calcula a média, a mediana e a moda do conjunto de dados.
- 11.2. Baseando-se nos cálculos anteriores, um dos elementos desse grupo, o Domingos, decidiu pedir um aumento da mesada ao seu pai. Qual te parece ter sido a medida de localização utilizada pelo Domingos na sua argumentação? Explica o teu raciocínio.
- 11.3. Utiliza um diagrama de caule-e-folhas para representar a situação.
- 11.4. Calcula o 1.º e o 3.º quartis da distribuição.
- 11.5. Constrói um diagrama de extremos e quartis.
12. Durante o último Inverno, registaram-se as seguintes temperaturas em diferentes locais da Serra da Estrela.

-11	-8	-2	-10	0	5
-6	4	1	3	4	-7

- 12.1. Determina:

- a) a amplitude térmica verificada;
- b) a média e a mediana das temperaturas;
- c) a amplitude interquartis das temperaturas.

- 12.2. Indica a percentagem de locais que registou temperaturas inferiores a 3,5 °C. Explica o teu raciocínio.